

研究论文

一种计算关联维数的方法及其在氢气射流中的应用

刘海峰 龚 欣 王亦飞 周志杰 于遵宏
(华东理工大学资源与环境工程学院, 上海 200237)

摘 要 关联维数是描述非线性时间序列的重要参数。在仿真计算的基础上, 发现小尺度的小波变换模数的关联维数与非线性时间序列本身是一致的。同时仿真计算还表明, 由于小尺度小波变换的高通滤波性质, 利用小波变换模数计算关联维数可有效克服极强的大尺度噪声的干扰。针对氢气射流轴向脉动速度的计算结果也证实了有关结论。

关键词 混沌 关联维数 小波分析 相空间 氢气射流

中图分类号 TQ 021 O 415.5

文献标识码 A

文章编号 0438-1157(2002)12-1294-06

ESTIMATION CORRELATION DIMENSION
AND ITS APPLICATION IN HYDROGEN JET FLOW

LIU Haifeng, GONG Xin, WANG Yifei, ZHOU Zhijie and YU Zunhong

(College of Resource and Environmental Engineering, East China University of Science and Technology,
Shanghai 200237, China)

Abstract With the rapid progress of nonlinear theory and experimental technique, chaotic dynamics has been widely used in a lot of fields of science and technology. Correlation dimension is an important parameter to characterize the nonlinear time series produced from a dynamical system. Now, wavelet analysis is a rapidly developing domain of applied mathematics. So, in this paper, a new method to calculate the correlation dimension of a nonlinear time series has presented with wavelet analysis. Based on emulation calculation with Hénon map and Ikeda map, it is found that the correlation dimension of the small-scale wavelet transform modulus of a nonlinear time series produced from a chaotic dynamical system is the same as the system itself. The calculation results show that calculating the correlation dimension with the small-scale wavelet transform modulus can efficiently eliminate the effect of strong large-scale noise because of the high-pass filtering characteristic of small-scale wavelet transform. At last, it is also found that this method can be used to estimate the correlation dimension of the fluctuant velocity of hydrogen jet flow.

Keywords chaos, correlation dimension, wavelet analysis, state space, hydrogen jet flow

引 言

近年来, 随着非线性物理学理论和实验技术的飞速发展, 混沌动力学分析方法^[1~4]在诸如湍流^[5~7]、多相流^[8~10]、化学工程^[11~13]等各种领域

获得了广泛应用。关联维数是刻画系统动力学特性的一个重要参数^[3~5, 14, 15]。关联维数的计算一般使用 Grassberger 和 Procaocia^[16]于 1983 年提出的基于相空间重构技术的 GP 算法。本文中提出利用小尺度下非线性时间序列的小波变换模数代替信

2001-08-01 收到初稿, 2002-04-16 收到修改稿。

联系人及第一作者: 刘海峰, 男, 30 岁, 博士, 副教授。

基金项目: 国家重点基础研究发展规划(No. G1999022103)和教育部骨干教师基金资助项目。

Received date: 2001-08-01.

Corresponding author: LIU Haifeng.

号本身应用 GP 算法计算其关联维数, 这样可有效克服采样过程中常常出现的大尺度噪声对信号的干扰. 文中不仅用理论混沌系统产生的非线性时间序列进行了仿真计算, 还采用氢气射流轴向脉动速度对结论进行了检验.

1 理论基础

1.1 相空间重构

设非线性时间序列为

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$$

将其转化为

$$\mathbf{x}_n(m, \tau) = (x_n, x_{n+\tau}, \dots, x_{n+(m-1)\tau}) \quad (1)$$

式中 m 为嵌入相空间维数, τ 为延迟时间, 是采样时间间隔 Δt 的整数倍. 这样, $\{\mathbf{x}_n\}$ 就形成该嵌入相空间的轨道^[3]. 现已证明, 只要 m 足够大(Takens^[17]指出应有 $m \geq 2D + 1$, D 为吸引子的维数), 这样的 m 维空间可以描述原来系统的活动.

1.2 关联维数

计算关联维数的 GP 算法如下:

首先, 将时间序列 $\{x_k : k = 1, 2, \dots, N\}$ 转化为 m 维相空间, 得到 N_m 个样本点, 其中

$$N_m = N - (m - 1)\tau \quad (2)$$

从这 N_m 个点中任选一个参考点 $\mathbf{x}_i$, 计算其余 $N_m - 1$ 个点到 $\mathbf{x}_i$ 的距离

$$r_{i,j} = \left[\sum_{l=0}^{m-1} (x_{i+l\tau} - x_{j+l\tau})^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

对所有的 $\mathbf{x}_i$ 重复该过程, 得到关联积分函数

$$C_m(r) = \frac{2}{N_m(N_m - 1)} \sum_{i,j=1, j \neq i}^{N_m} H(r - r_{i,j}) \quad (4)$$

式中 H 为 Heaviside 函数

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases} \quad (5)$$

当 r 取充分小时, 关联积分函数有如下关系

$$C_m(r) \propto r^{D(m)} \quad (6)$$

当 $D(m)$ 不随维数 m 的升高而改变时

$$D_2 = \lim_{m \rightarrow \infty} D(m) \quad (7)$$

就是该系统的关联维数.

1.3 小波分析

小波^[18]是目前许多科学和工程技术领域研究的极为活跃的热门话题之一, 已在诸如湍流^[19]、非线性动力学^[20-22]、化学工程^[23,24]等各种应用领域获得了广泛应用. 它既可以作为表示函数的一

种基底, 也可以作为时间-频率分析的一种技术.

在 $L^2(\mathbf{R})$ 上的一维连续小波变换为

$$\begin{aligned} \tilde{f}(b, a) &= \frac{1}{|a|^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\Psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{W_{a,b}(x)} dx, f \in L^2(\mathbf{R}) \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $a, b \in \mathbf{R}$ 而 $a \neq 0$; $W_{a,b}(x) = \frac{1}{|a|^{1/2}} \Psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$; $\Psi \in L^2(\mathbf{R})$ 满足“容许性”条件.

本文提出利用非线性时间序列的小波变换模数代替信号本身计算其关联维数. 由于小波具有带通滤波器的性质^[25], 小尺度的小波变换则具有高通滤波器的功能. 因此利用小波变换模数计算关联维数可有效地克服采样过程中大尺度噪声信号的影响.

2 方法检验

2.1 混沌系统

为了证明算法的准确性, 首先用常见的 Hénon 和 Ikeda^[4]系统产生的非线性时间序列(计算中选 y 为变量)来进行验证. 表 1 列出了这两种混沌系统的有关参数及文献中给出的关联维数数值计算结果. 计算中取时间序列点数 $n = 5000$.

Table 1 Chaos system and correlation dimension

Chaos systems	Equations	D_2
Hénon	$x_{i+1} = 1 - 1.4x_i^2 + y_i$ $y_{i+1} = 0.3x_i$	1.26 ^[4]
Ikeda	$\varphi = 0.4 - 6/(1 + x_i^2 + y_i^2)$ $x_{i+1} = 1 + 0.9(x_i \cos \varphi - y_i \sin \varphi)$ $y_{i+1} = 0.9(x_i \sin \varphi + y_i \cos \varphi)$	1.8 ^[4]

计算结果见表 2 和图 1. 其中 D_{2d} 表示由混沌序列本身计算的关联维数, D_{2w} 表示由混沌序列的 Morlet 小波^[18]变换模数(尺度 $a = 1$)计算的关联维数. 从表 2 中可以发现, D_{2w} 与 D_{2d} 基本相同, 并具有基本相当的计算精度.

针对 Hénon 和 Ikeda 系统, 对非线性时间序列还选择了 Mexican hat 和 Db4(正交小波)等其他两种不同的小波进行小波变换^[18], 关联维数($a = 1$)的计算结果见图 2. 计算结果表明, 小波函数对关联维数计算结果的影响不大, 小波的正交性对计算结果的影响也不大.

2.2 噪声的影响

小波具有带通滤波器的性质^[25], 尺度为采样

Table 2 Simulative calculating result

Chaos systems	m	D_{2d}	Relative error of $D_{2d}/\%$	D_{2w}	Relative error of $D_{2w}/\%$
Hénon	2	1.1786	-6.46	1.2051	-4.36
	3	1.1876	-5.75	1.1963	-5.06
	4	1.1974	-4.97	1.2063	-4.26
	5	1.2056	-4.32	1.2174	-3.38
	6	1.2133	-3.71	1.2233	-2.91
	7	1.2245	-2.82	1.2272	-2.60
	8	1.2391	-1.66	1.2494	-0.84
	9	1.2451	-1.18	1.2632	0.25
Ikeda	2	1.6111	-10.49	1.5736	-12.58
	3	1.6606	-7.74	1.7157	-4.68
	4	1.6990	-5.61	1.7053	-5.26
	5	1.7159	-4.67	1.7048	-5.29
	6	1.7214	-4.37	1.7012	-5.49
	7	1.7236	-4.24	1.7172	-4.60
	8	1.7232	-4.27	1.7295	-3.92
	9	1.7216	-4.36	1.7281	-3.99

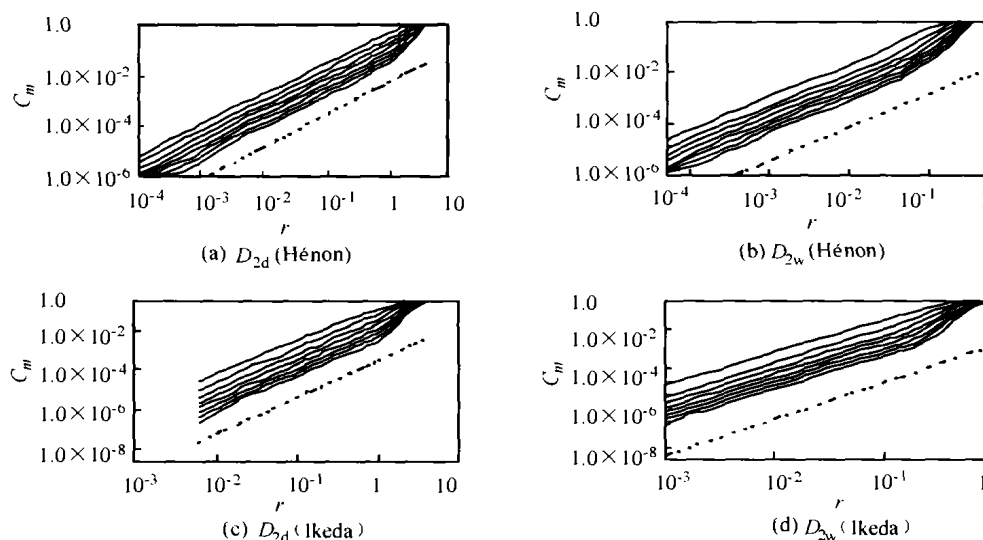


Fig. 1 Calculating results of correlation dimension

(The slope of dot line is D_2 and from up to bottom the m is increases from 2 to 9. The follows are the same as this.)

间隔的小波变换则具有高通滤波器的功能。因此上述利用小波变换模数计算关联维数的算法可有效地克服大尺度噪声信号的影响。本文以 Hénon 系统为例，在混沌信号上分别叠加具有一定振幅的正弦信号和线性偏移信号，比较直接采用信号本身计算关联维数及采用其小波变换模数($a=1$, Morlet 小波)计算关联维数的差异。

首先，在 Hénon 系统上叠加振幅为 1 的正弦信号，即 $\sin(\pi/200t)$ 信噪比(混沌信号与正弦信号能量之比)约为 1.05。计算结果见图 3。比较图 3 及图 1 可以发现，直接采用含噪声信号计算的关联维数受正弦信号的影响极大，但采用由小波变换

模数计算关联维数的算法则可极好地克服正弦噪声的影响。

其次，在 Hénon 系统上叠加一线性增加信号，即 $t/5000$ ，信噪比约为 6.29。计算结果见图 4。比较图 4 及图 1 可以发现，直接采用含噪声信号计算的关联维数受线性增加信号的影响极大，但采用由小波变换模数计算关联维数的算法则可极好地克服噪声的影响。

2.3 氢气射流

实用中，由于通过各种测量手段得到的时间序列中不可避免地存在各种各样的噪声，上述方法在各种实际信号中的应用情况仍值得探讨。下面用上

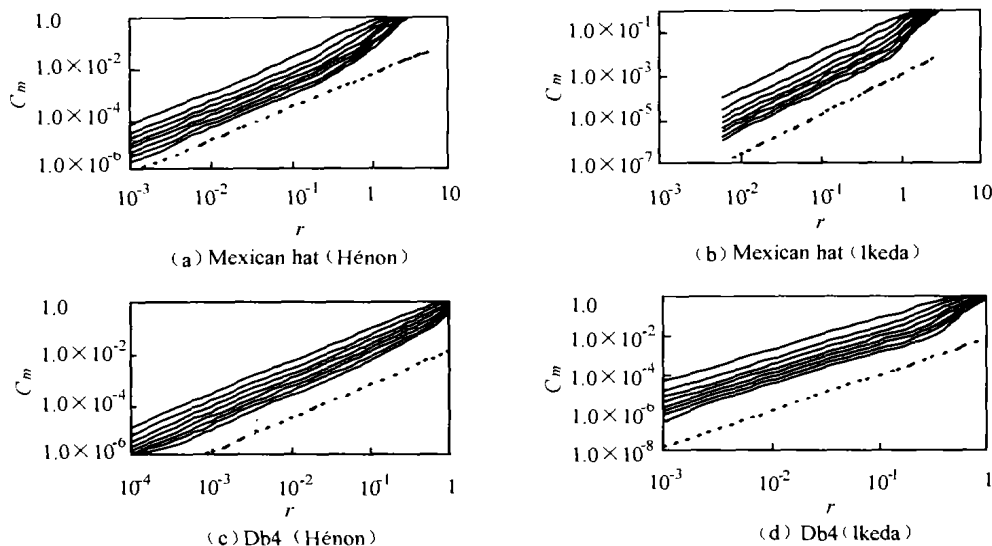


Fig.2 Effect of mother wavelet on correlation dimension

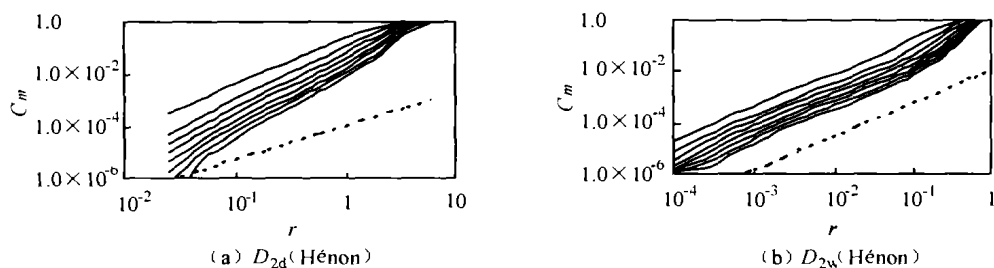


Fig.3 Effect of sine signal on correlation dimension

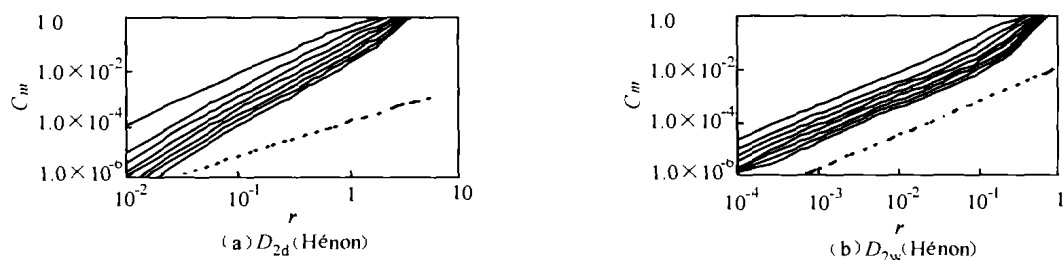


Fig.4 Effect of linear increasing signal on correlation dimension

述方法分析氢气射流轴线脉动速度的关联维数。低密度射流广泛出现于各种工程实践之中, 1988 年, Monkewitz 等^[26]利用线性稳定性理论得到, 当射流流体密度与环境流体密度比 $S < 0.72$ 时, 在射流核心区一定区域的局部稳定性为绝对不稳定性^[27]。随后 Monkewitz^[28]和周慧良^[29]用热空气射流、Sreenivasan 等^[30]用氢气-空气混合物射流、Siddhartha 等^[31]采用直接数值模拟(DNS)对这一问题进行了研究。周慧良^[29]还计算了热空气射流的

关联维数。作者采用氢气射流对低密度射流这一问题也进行了研究^[32]。实验中采用 DANTEC 公司的激光粒子动态分析仪(Dual PDA, 58N81)测量了低 Reynolds 数氢气射流近喷嘴区轴线的轴向瞬时速度, 并研究了其中的频率特征。实验条件如下: 喷嘴直径 15 mm, 射流方向垂直向上, 射流初速度为 $5.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 喷嘴 Reynolds 数为 775, 示踪粒子是由超声波雾化器提供的滴径小于 $5 \mu\text{m}$ 的水滴。该处(射流轴线, 距喷嘴 70 mm)平均速度为 $4.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

图 5 是测得的瞬时轴向脉动速度(部分结果)。

根据上述脉动速度直接计算得到的关联积分见图 6(a), 据此得到关联维数约为 2.6。对脉动速度信号采用 Morlet 小波进行变换($a = 0.0015$ s), 根据小波变换模数计算得到的关联积分见图 6(b), 据此得到关联维数也约为 2.6, 与根据速度信号直接计算得到的结果一致。这说明利用信号的小尺度小波变换模数计算关联维数是可行的。

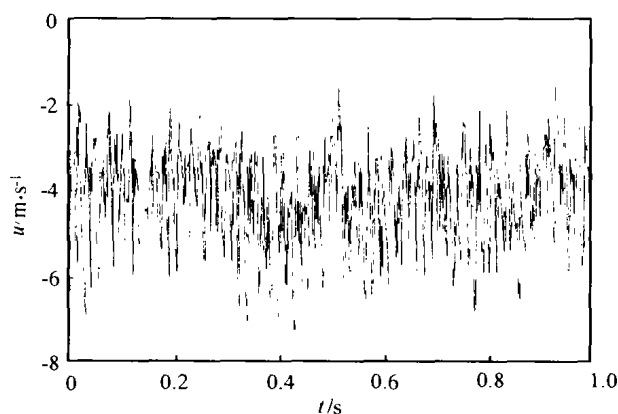


Fig.5 Fluctuation velocity

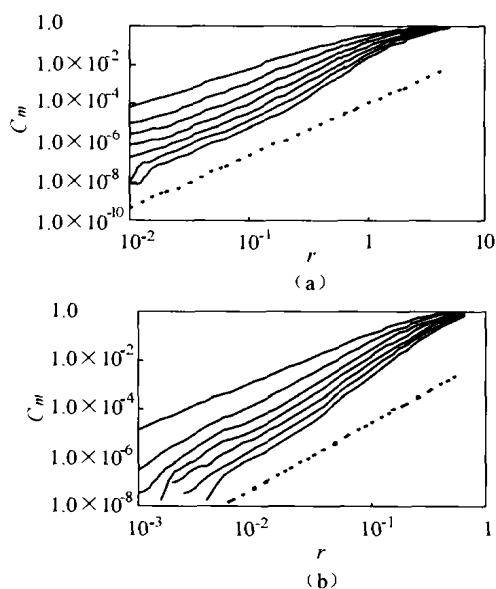


Fig.6 Calculated results of correlation dimension of hydrogen jet flow (The slope of dot line is 2.6 and from up to bottom the m is increases from 2 to 8)

计算精度。同时仿真计算还表明, 由于小尺度小波变换的高通滤波性质, 利用小波变换模数计算关联维数可有效克服极强的大尺度噪声的干扰。最后采用氢气射流轴线脉动速度对有关结论进行了验证, 发现在某些小尺度下, 可获得最佳效果, 这应归功于小波的带通滤波器性质。由于实际信号中的噪声是各种各样的, 信号预处理中又很难完全彻底滤掉, 因此小波变换时的最佳尺度仍需通过不同尺度的计算来确定。这虽然有些麻烦, 但却有可能获得更好的结果。

References

- 1 Berge P, Pomeau Y, Vidal C. Order Within Chaos. New York: John Wiley & Sons Inc, 1984
- 2 Baker G L, Gollub J P. Chaotic Dynamics: An Introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 1996
- 3 Kantz H, Schreiber T. Nonlinear Time Series Analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1997
- 4 Abarbanel H D I, Brown R, Sidorowich J J, Tsimring L S. *Rev. Mod. Phys.*, 1993, **65**(4): 1331—1392
- 5 Bohr T. Dynamical Systems Approach to Turbulence. Cambridge: Cambridge University Press, 1998
- 6 Ottino J M. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1990, **22**: 207—253
- 7 Sreenivasan K R, Meneveau C J. *J. Fluid Mech.*, 1986, **173**: 357—386
- 8 Saether G. *Int. J. Multiphase Flow*, 1990, **16**: 1117—1126
- 9 Cai Y, et al. *ASME J. Fluid Engineering*, 1996, **118**: 383—390
- 10 Zhou W X, Yu Z H. *Phys. Rev. E*, 2001, **63**: 016302
- 11 Van den bleek C M, Schouten. *Chem. Eng. J.*, 1993, **53**: 75—87
- 12 Xiao Qiong (肖琼). Research the Improving Mechanics of Hydrodynamics in Trickle Bed Reactor: [dissertation](学位论文). Shanghai: East China University of Science and Technology, 2000
- 13 Cheng Yi(程易), Wei Fei(魏飞), Wang Zhenyu(王振宇), Jin Yong(金涌). *Journal of Chemical Industry and Engineering(China)*(化工学报), 2000, **51**(2): 169—175
- 14 Osborne A R, Provenzale A. *Physica D*, 1989, **35**: 357—381
- 15 Provenzale A, Smith L A, Vio R, Murante G. *Physica D*, 1992, **58**: 31—49
- 16 Grassberger P, Procaccia I. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **50**: 346—349
- 17 Takens F. Dynamical Systems and Turbulence. New York: Springer, 1981
- 18 Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. Philadelphia: SIAM Press, 1992
- 19 Farge M, Kevlahan N, Perrier V, Goirand E. *Proc. of the IEEE*, 1996, **84**(4): 639—669
- 20 Jaffard S. In: Wavelet: Theory, Algorithms, and Applications. New York: Academic Press, 1994

3 结 论

通过仿真计算发现, 小尺度的小波变换模数的关联维数与系统本身是一致的, 并具有基本相同的

- 21 Karanikas C. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2000, **11**: 275—283
- 22 Garnero L G, Plastino A, Torres M E. *Physica A*, 1997, **246**: 487—501
- 23 Motard R L. *Wavelet Applications in Chemical Engineering*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1994
- 24 Liu Haifeng(刘海峰), Shi Junmin(施军民), Wang Fuchen(王辅臣), Gong Xin(龚欣), Yu Zunhong(于遵宏). *Journal of Chemical Industry and Engineering (China)* (化工学报), 2002, accepted
- 25 Chui C K. *An Introduction to Wavelets*. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1995
- 26 Monkewitz P A, Sohn K D. *AIAA J.*, 1988, **26**(8): 911—916
- 27 Huerre P, Monkewitz P A. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1990, **22**: 473—537
- 28 Monkewitz P A. *J. Fluid Mech.*, 1990, **213**: 611—639
- 29 Zhou Huiliang(周慧良), Lu Zhiming(卢志明), Ren Xiaotao(任道涛), Xie Xilin(谢锡麟). *Acta Mechanica Sinica* (力学学报), 1999, **31**(5): 603—610
- 30 Sreenivasan K R. *Experiment in Fluids*, 1989, **7**: 309—317
- 31 Siddhartha S S, Narasimha R, Basu A J, Kailas S V. *Fluid Dynamics Research*, 2000, **26**: 105—117
- 32 He Jianqing(何建氢), Liu Haifeng(刘海峰), Zhou Weixing(周炜星), Yu Zunhong(于遵宏). *Experiments and Measurements in Fluid Mechanics* (流体力学实验与测量), 2001, **15**(3): 19—23

国家自然科学基金重点学术期刊专项基金资助
中国惟一被 SCI 收录的化工期刊

Chinese Journal of Chemical Engineering (ISSN 1004 - 9541)

《中国化学工程学报》(英) 征订启事

《Chinese Journal of Chemical Engineering》(中国化学工程学报)是由中国化工学会主办、化学工业出版社出版的在我国化工界具有高学术水平的化工学术刊物,其前身是《化工学报》英文版。该刊以国内外学术交流为宗旨,主要刊载化学工程、化工工艺、化工设备及与化工学科有关的化工冶金、生化工程、环境工程、材料、能源等边缘、交叉学科方面原创性的学术论文和研究简报,可供化工科研院所、企事业单位的中高级科技人员及高等院校师生阅读,也是各单位图书馆中具有馆藏价值的期刊之一。

目前,该刊已被 SCI、EI、CA、俄国科学文摘及日本科技文献速报等国际著名检索系统收录,国外由英国 MANEY 出版公司代理发行。

《中国化学工程学报》(英)为双月刊,112 页,大 16 开,2、4、6、8、10、12 月末出版,每期定价 35 元,年定价 210 元。欢迎广大读者及单位订阅。

订购办法:

1. 邮局汇款请寄至:

100029 北京市朝阳区惠新里 3 号 化学工业出版社《中国化学工程学报》(英)编辑部

2. 银行汇款请汇至:

北京市商业银行亚运村支行 账号: 7001201052151 - 74

收款单位: 北京进展期刊社 项目: 《中国化学工程学报》(英)订刊费

3. 天津市全国非邮发报刊联合征订服务部, 发行代号 8738

编辑部电话: (010) 64980783, 64981732

传真: (010) 64980783